ÖRNEKLEME DAĞILIMLARI

Kİ-KARE DAĞILIMI

$Z_1 , Z_2 , \ldots , Z_k$ rastgele değişkenleri ortalaması “0” ve varyansı “1” olan normal dağılıma sahip olsun. Bu rastgele değişkenlerin kareleri toplamı ki-kare rastgele değişkenlerini verir.

U rastgele değişkeni k serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahip ise U ’nun olasılık yoğunluk fonksiyonu ;

$$f(u) = \begin{cases} \dfrac{1}{2^{\frac{k}{2}}\, \Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} \,.\, u^{\frac{k}{2}-1} . e^{-\frac{u}{2}} & , \quad u > 0 \\ 0 \qquad , & dd \end{cases}$$

şeklindedir.

- k serbestlik dereceli χ^2 dağılımı $\chi^2_{(k)}$ ile gösterilir.
- χ^2 dağılımının ortalaması k , varyansı 2k’dır.
- χ^2 dağılımının şekli serbestlik derecesine bağlıdır.
- Ki-kare dağılımı k sonsuza giderken normal dağılıma yaklaşır.
- χ^2 negatif değerler almaz. Olasılık dağılımı da sağa çarpıktır.
- k serbestlik dereceli ve α yanılma olasılığındaki χ^2 rastgele değişkeninin değeri;

$$P\left(\chi^2_{(k)} \geq \chi^2_{\alpha,k} \right) = \int_{\chi^2_{\alpha,k}}^{\text{æ}} f(u)du = \alpha$$

dir.

T DAĞILIMI

Z rastgele değişkeni ortalaması “0” , varyansı “1” olan normal dağılıma sahip ve Y rastgele değişkeni k serbestlik dereceli χ^2 dağılımına sahip olsun. Z ve Y rastgele değişkenleri bağımsız ise o zaman ;

$$T = \frac{Z}{\sqrt{\frac{Y}{k}}}$$

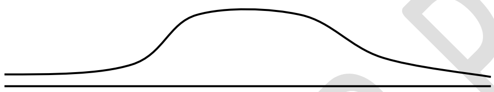
rastgele değişkeni tanımlanabilir. T rastgele değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu ;

$$f(t) = \begin{cases} \frac{\Gamma\left[\frac{k+1}{2}\right]}{\sqrt{\Pi k}\,.\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} \cdot \frac{1}{\left[\left(\frac{t^2}{k}\right)+1\right]^{\frac{k+1}{2}}} & , -\infty < t < \infty \\ 0 & , \quad dd \end{cases}$$

şeklindedir. Bu olasılık yoğunluk fonksiyonu k serbestlik dereceli T dağılımı olarak bilinir. T dağılımının ortalaması “0” , varyansı k>2 için $\frac{k}{k-2}$ ‘ dir.

- Ki-kare dağılımı $\alpha = \frac{k}{2}$, $\beta = 2$ olan Gamma dağılımıdır.

T dağılımı ortalamaya göre simetrik bir dağılımdır. Standart normal dağılıma benzer dağılım eğrisi, normal dağılım eğrisinden daha basıktır. k sonsuza giderken T dağılımı standart normal dağılıma yaklaşır.



$$P\,(T \geq t\alpha,k\,) = \int_{t\alpha.k}^{\infty} f(t)dt = \alpha$$

Bu olasılık k serbestlik dereceli α yanılma olasılığındaki rastgele değişkenin değeridir.

F DAĞILIMI

W ve Y rastgele değişkenleri sırasıyla u_1 ve u_2 serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahip bağımsız rastgele değişkenler olsunlar.

$$X = \frac{\frac{W}{u_1}}{\frac{Y}{u_2}}$$

rastgele değişkeni u_1 ve u_2 serbestlik dereceli F dağılımına sahiptir. u_1 ve u_2 serbestlik dereceli F dağılımına sahip X rastgele değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu;

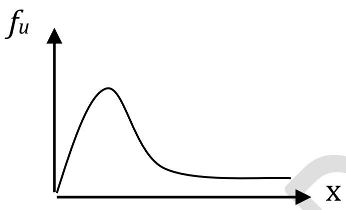
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\Gamma\left(\frac{u_1+u_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{u_1}{2}\right).\Gamma\left(\frac{u_2}{2}\right)} \cdot \dfrac{\left(\frac{u_1}{u_2}\right)^{\frac{u_1}{2}}.x^{\frac{u_1}{2}-1}}{\left[\frac{u_1}{u_2}.x+1\right]^{\frac{u_1+u_2}{2}}} & , \quad x > 0 \\ 0 & , \quad dd \end{cases}$$

F dağılımının;

Ortalaması : $\frac{u_2}{u_2-2}$, $u_2 > 2$

Varyansı : $\frac{2u_2^2.(u_1+u_2-2)}{u_1(u_2-2)^2.(u_2-4)}$, $u_2 > 4$

dir. Bu dağılım negatif değer almaz, sağa çarpık yapıdadır. F dağılımının şekli aşağıdaki gibidir.



Kaynaklar

(1) Akdi, Y. (2010) Matematiksel İstatistiğe Giriş, Gazi Kitabevi, Ankara.

(2) Hogg, R. V. And Craing, A. T. (1989). Introduction to Mathematical Statistics. 4th Ed., New York: Macmillan Publishing Co.

(3) Mendenhall, W., Wackerly, D. D. and Scheaffer, R. (1990). Mathematical Statistics with Applications. 4th Ed., Boston: PWS-Kent Publishing Company.

(4) Hogg, R. V. And Tanis, E. A. (1993) Probability and Statistical Inference. 4th Ed., New York: Macmillan Publishing Co.

(5) Larson, H. J. (1982). Introduction to Probability Theory and Statistical Inference. 3rd Ed., New York: John Wiley ve Sons.